

物体の横揺れが流体抵抗に与える影響について

小西智暉 日向遼太郎 藤原駿 藤原傑

指導者：益田史郎 白神陽一郎

要 旨

水中を落下する密度の違う球の運動のビデオ映像を解析し、物体の速度と水の流体抵抗の関係を微分法により測定することを試みた。その結果、ストークス、ニュートンの抵抗法則を検証することができたが、グラフに不明な点が生じた。私たちは、その点を横揺れによるものと考え差分法によって物体の速度と水の流体抵抗を表すことを試みた。その結果、鉛直方向に働く抵抗と水平方向に働く抵抗がグラフのある領域においてばらつきが多いことを示すことができた。それにより物体はある一定の速度で横揺れを起こすことが分かった。

We tried to measure the relationship between the velocity of balls falling in water and fluid resistance. We did it by analyzing recorded videos of the balls, with different densities falling in water. As a result, we succeeded in examining Stokes' and Newton's laws, but there are still unknown points in our graph. We thought that the unknown points were caused by horizontal oscillations, and we tried to show the velocity of the balls and water resistance by difference method. As a result, we were able to show that there is variability in resistance when it comes to vertical and parallel directions in certain areas of the graph. According to the data, we found that the balls started to oscillate horizontally when they reached a certain velocity.

キーワード：流体抵抗, 運動方程式, 層流, 乱流, レイノルズ数

1. 序論

流体の抵抗は高校物理の教科書では発展事項として紹介されるだけであるが、倉敷天城中学、倉敷天城高校の課題研究では、流体抵抗を扱ったものが毎年行われている。特に平成 23 年度中学の藤原駿、傑(本課題研究のメンバー)が行った「水に浮く物体と沈む物体の運動」(以降、先行研究 1 とする)と、平成 24 年度高校理数科、赤木、大淵、片山、亀川、北口、高原が行った「水の抵抗の測定方法の考案とその検証」(以降、先行研究 2 とする)はいずれも水の流体抵抗を扱ったものであり、それぞれ測定方法に独自の工夫が見られる。我々はこれらの研究を発展させることに取り組んだ。以下に先行研究 1・2 の概要を紹介する。

(1) 先行研究 1

<測定のご概念>

質量が異なる物体の終端速度と質量ごとの抵抗を測定し、グラフに表すことによって、終端速度と抵抗の関係を明らかにした。

<結果>

水中を落下する物体は始め等加速度運動をし、その後等速運動をする。物体の速さと抵抗は比例するので、物体が速くなればなるほど抵抗は増加し、それにより力を加えてもある一定の速度で等速運動となることがわかった。また、物体の速度が速くなる時、グラフ 1 で示すように直線からずれるとともにデータのばらつきが大きくなるので、そのことを追究するという課題が出た。

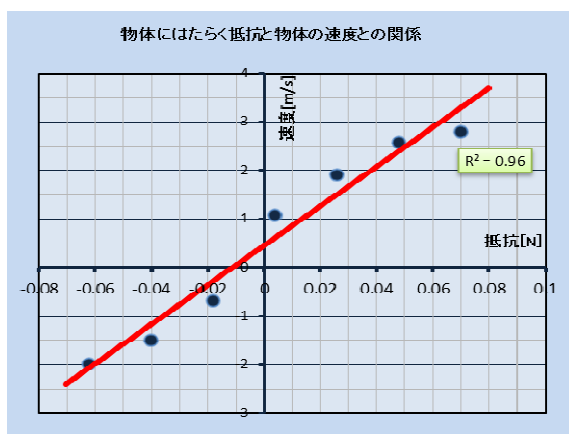


図 1

(2) 先行研究 2

<測定概念>

先行研究 2 ではある時刻における球体の位置を実際に測定し、運動方程式をたてそれを微分することで流体抵抗を求めるといった方法で行った。

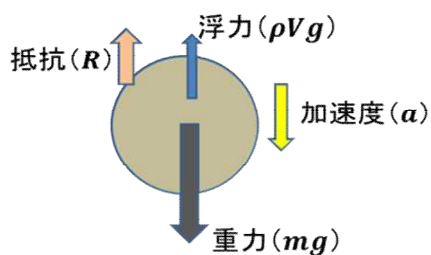


図 2 鉄球にはたらく力
物体には図 2 のような力が働く。

運動方程式 $ma = mg - \rho Vg - R$ より

$$R = m(g - a) - \rho Vg$$

(R : 流体抵抗, m : 鉄球の質量, g : 重力加速度, a : 加速度, ρ : 鉄球の密度, V : 鉄球の体積)

これより、任意の時刻 (t) の加速度 (a) を求めることから流体抵抗 (R) を求めることが可能である。

これに対して同一時刻 (t) の速度 (v) を求めることにより、流体抵抗 (R) と速度 (v) の関係のグラフを求めることができる。

<検証方法>

流体抵抗 (R) と速度 (v) の関係は、レイノルズ数の大きさによって変わる。

鉄球の水中落下において速度 (v) が小さいうちはレイノルズ数 (Re) が小さく粘性抵抗を受けるため、 $R - v$ グラフは直線となる。

速度 (v) が大きくなるとレイノルズ数 (Re) が大きくなり、粘性抵抗が鉄球の慣性力に対して無視できるようになる。

そして、ある速度に達すると粘性抵抗は完全に無視できるようになり、 $R - v$ グラフは 2 次曲線となる。

ただし、層流から乱流に変化する時点で粘性抵抗は一時的に減少することが知られている。

このことから $R - v$ グラフは次のようになると仮説を立てた。

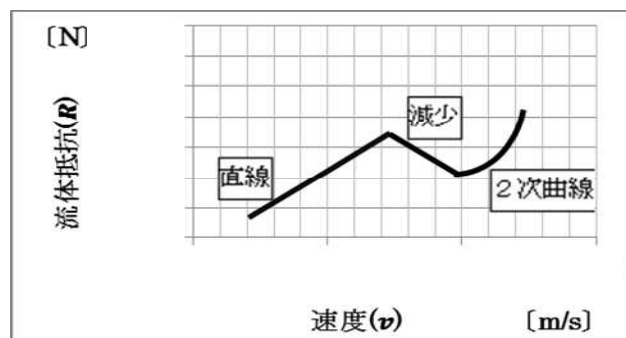


図 3 予想される $R - v$ グラフ

よって、 $R - v$ グラフができれば検証することができる。

<検証されたこと>

速度の小さい領域で、ストークスの抵抗法則を検証することに成功した。一方、データ数の不足のため、速度の大きい領域で、ニュートンの抵抗法則の検証には至らなかった。しかし、2つの領域間で、流体抵抗が減少することを検証することに成功した。これらことから実験方法の妥当性を証明できた。

また、次のような課題が出た。

- ・ニュートン領域におけるデータが少なかったため、深い水槽を使う必要がある。
- ・横揺れが発生することがあったが、検証出来ていない。
- ・同じ密度の球でのみの測定だった。

2. 研究内容

<目的>

先行研究 2 の手法を用いて水の抵抗を測定し、先行研究 1・2 とともに横揺れの現象が観測されているので、横揺れと流体抵抗との関連を導き出す。

<先行研究からの改善点>

私たちは研究を発展させるために次の4点を改善した。

- ・本研究では鉄球以外の球体を落とすため物体投下装置を作った
- ・先行研究2ではニュートン域でのデータ数が少なかつたため2mの筒で行った
- ・横の動きも解析するため横の目盛りを加えた
- ・補助なしで映像を取るのが困難だったためスライド式撮影用レーンを作った

実験.

<器具>

鉄球・ビー玉・セラミック球・照明・
 ハイスピードカメラ・物体投下装置(図4)・スライド式撮影用レーン(図5)・水・2mの筒(図6)

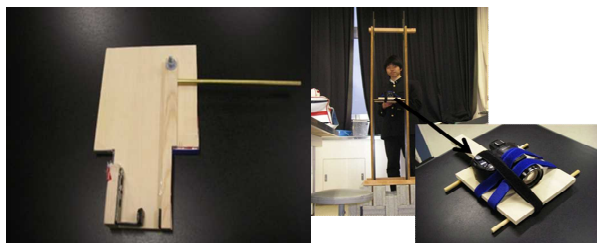


図4

図5

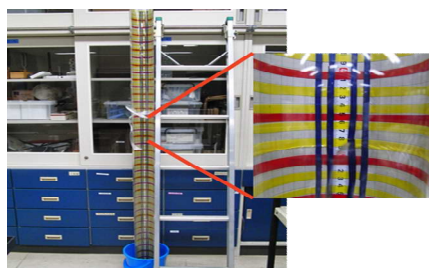


図6

<実験方法>

- ① 水温, 鉄球, ビー玉, セラミック球の半径, 質量を測定する。

表1 鉄球の半径と質量

直径(mm)	25	9.1	9.2	9.3
質量(g)	63.75	4.11	4.12	4.13

表2 ビー玉の半径と質量

直径(mm)	1.635	1.615
質量(g)	6.28	6.1

表3 セラミック球の半径と質量

直径(mm)	3	3.125	4.125	7
質量(g)	0.05	0.1	0.2	0.58

落とす物体を物体投下装置を用いて, 自由落下させ, ハイスピードカメラで録画する。

分析I

<分析方法>

- ① ビデオデータを解析し, ある時刻(t)の鉄球の位置(y) {本研究では水平方向を x (このときの x は, $t=0$ の時の物体の位置からの距離である), 垂直方向を y で示す} を測定し, 散布図を作成する。
- ② 作成した散布図の6次または5次近似曲線を引き, $y-t$ グラフを作成する。(図7)

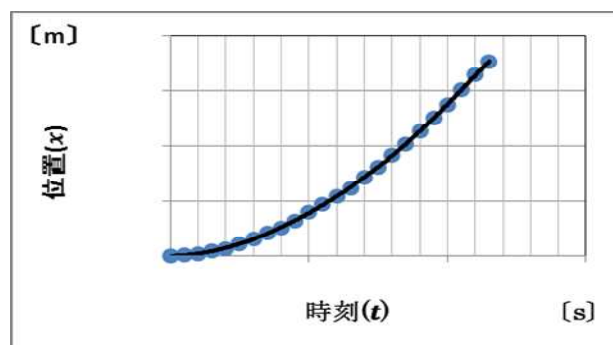


図7

このような実験では, 差分法で解析するべきだが, 本実験ではデータに多少の揺れがあったため, 予測される滑らかな v_y-t グラフ, a_y-t グラフを得られなかった。そのため, 曲線近似から得られた式を微分して解析した。

本来は, データ数より1つ小さい次数の近似式を用いるべきだが, 7次以上の近似ができるフリーソフトがなかったため, Excel でできる最高次数である6次近似を用いた。ここで本研究で求める $R-v_y$ グラフは, 4次以上のグラフになることが予想されるため, 6次近似は妥当であると考えた。また, 解析中に6次近似ではうまくいかないことがあったのでその場合は5次近似で解析した。

- ③ その6次または5次近似式を微分し, 時刻(t)における速度(v_y)を求め v_y-t グラフを得る。

(図 8)

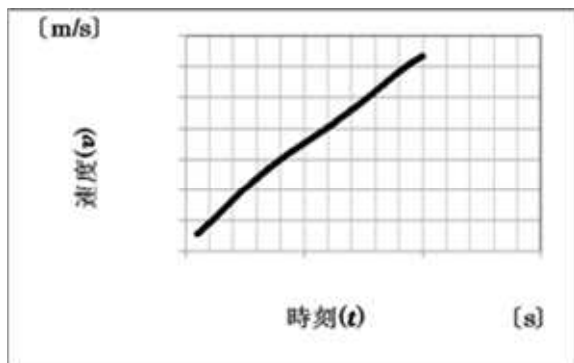


図 8

- ④ それをさらに微分して, 時刻 (t) における加速度 (a_y) を求め, $a_y - t$ グラフを得る。(図 9)

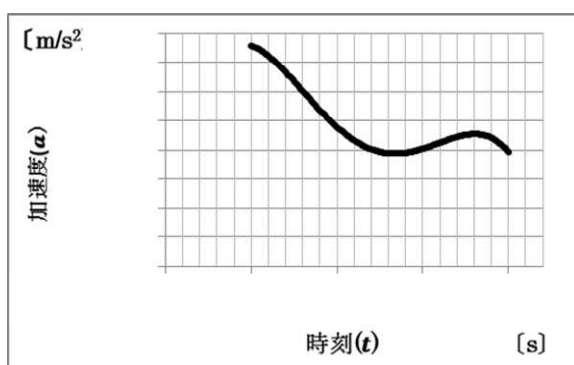


図 9

- ⑤ 加速度 (a) の値を運動方程 $ma_y = mg - \rho V_y g - R_y$ を変形した $R_y = m(g - a_y) - \rho V_y g$ に代入し, 流体抵抗 (R_y) を求め, $R_y - t$ グラフを作成する。(図 10)

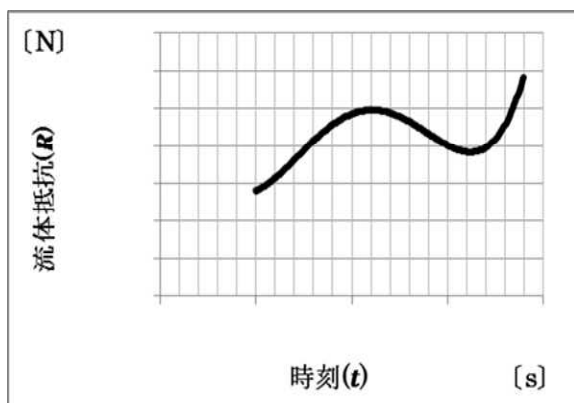


図 10

- ⑥ $v_y - t$ グラフと $R_y - t$ グラフから, $R_y - v$ の散布図を作成し, $R_y - v$ グラフを得る。(図 11)

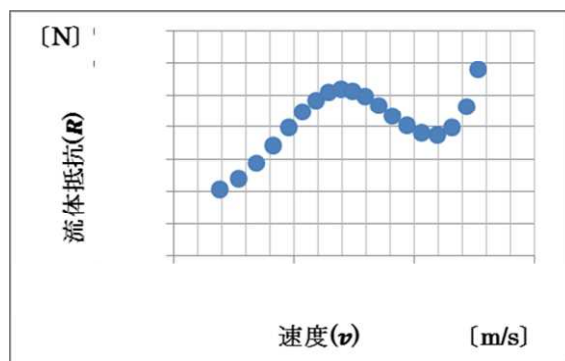


図 11

- ⑦ 前で求めた速度を用いて速度あたりのレイノルズ数を求める。

<結果>

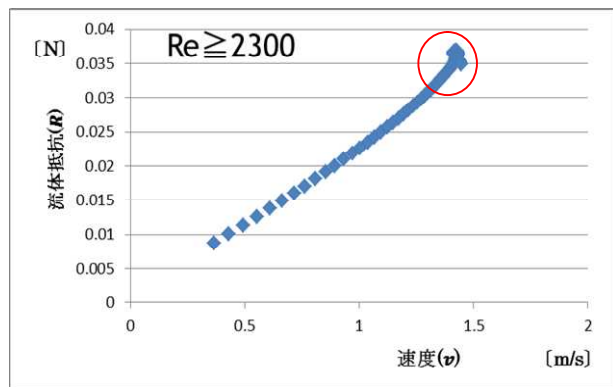


図 12

図 12 は鉄球の速度 (v_y) と流体抵抗 (R_y) を示したものである。レイノルズ数を調べるとすべて 2300 以上であった。

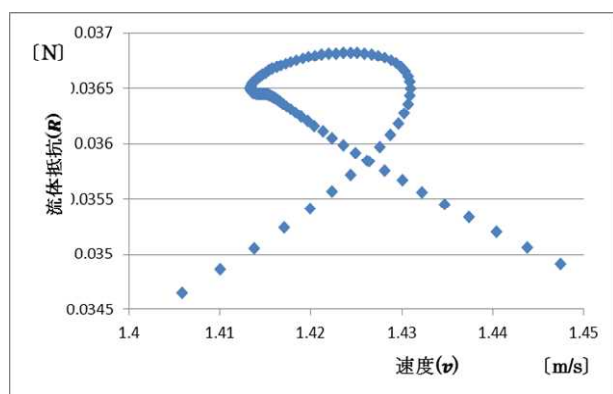


図 13

図 12 の円でかこんでいる部分を拡大したデータ

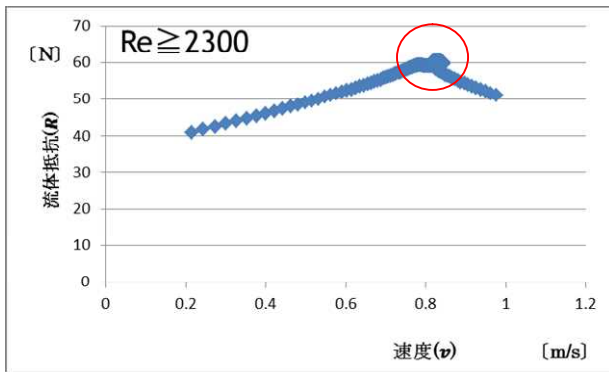


図 14

図 14 はビー玉の速度(v)と流体抵抗(R)を示したものである。レイノルズ数を調べるとすべて 2300 以上であった。

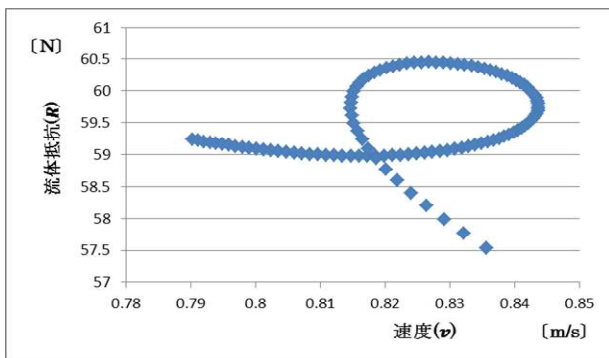


図 15

図 14 の円でかこんでいる部分を拡大したデータ

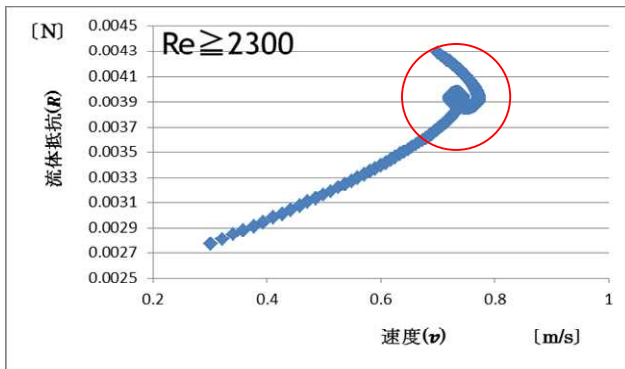


図 16

図 16 はセラミック球の速度(v_y)と流体抵抗(R_y)を示したものである。レイノルズ数を調べるとすべて 2300 以上であった。

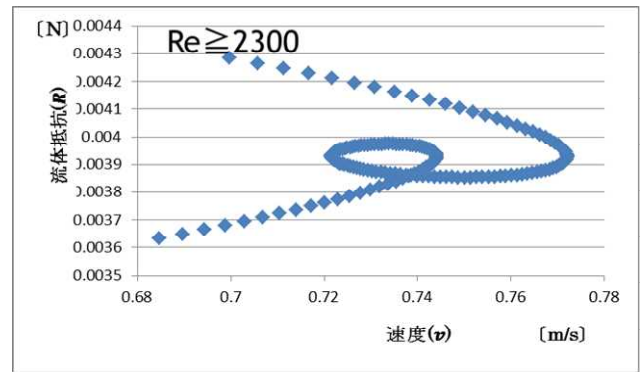


図 17

図 16 の円でかこんでいる部分を拡大したデータ
 <考察>

鉄球, ビー玉, セラミック球のデータそれぞれでレイノルズ数が 2300 以上のとき, 初めは二次曲線のようなデータが得られた。しかし, 図 12, 14, 16 で示した円の部分において二次曲線ではないグラフがでてきた。(図 13, 15, 17)

私たちはそのことを横揺れによるものではないかと考えた。

分析Ⅱ

<分析方法>

- ① 新たに、0.05[s]ごとの水平方向の物体の位置 (x) を測定する。
- ② 差分法を用いて v_x , v_y を求める。

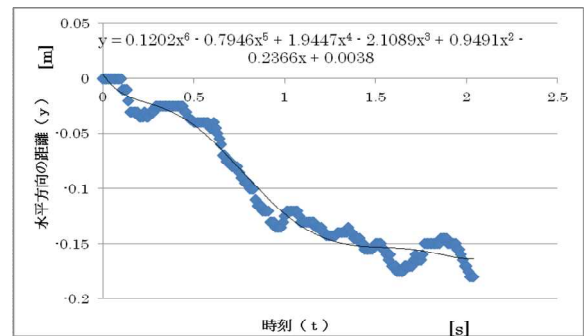


図 18

私たちはこれまで微分法を用いて実験を行っていたが新たにもとめた x を 6 次近似曲線で表すと、図 18 ようにグラフの凹凸を表すことができない。よって、私たちは差分法を用いることにした。

- ③ 同様に、差分法を用いて a_x , a_y を求める。
- ④ ③から抵抗 (R_x , R_y) を求める。
- ⑤ ①~④をもとに $V_y - R_x$, $V_y - R_y$ グラフを得る。

<結果>

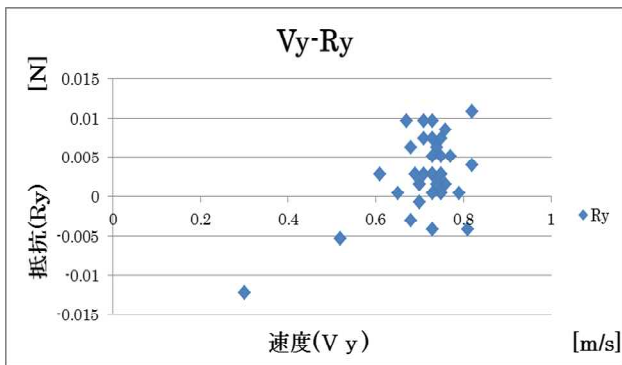


図 19

図 19 では横軸が速度 V_y 、縦軸が抵抗 R_y を示している。図 19 から分かるように、 V_y 0.6~0.8[m/s] の範囲でデータが分散している。

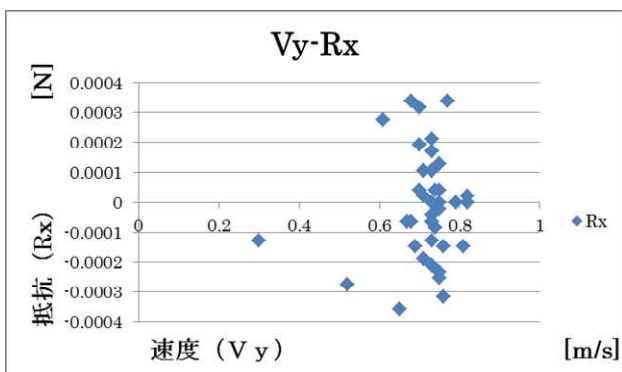


図 20

図 20 では横軸が速度 V_y 、縦軸が抵抗 R_x を示している。図 20 から分かるように、 V_y が 0.6~0.8[m/s] の範囲でデータが分散している。

<考察>

図 19, 20 から分かるようにどちらのグラフも V_y 0.6~0.8[m/s] の範囲でデータが分散している。よって水中を運動する物体はある一定の速度で横揺れを生じることが示唆される。

課題

今回は落下の運動を縦と横で解析したが、実際には手前、奥にも運動しているのでさらに解析をする必要がある。

3. 結論

分析 1 においてはニュートンの抵抗法則を検証することに成功した。

分析 2 においては水中を運動する物体はある一定の速度で横揺れを始め、横揺れが流体抵抗に大きく影響していることを示すことができた。

4. 参考文献

- 1) 岡山県立倉敷天城中学校:サイエンス探]論文集 2011(2012)
- 2) 岡山県立倉敷天城高等学校:理数科収録第 11 号 (2011)
- 3) 岡山県立倉敷天城高等学校:理数科収録第 13 号 (2013)
- 4) (社)日本物理学会編:物理データ辞典, 朝倉書店 (2006)
- 5) 国立天文台編:平成 25 年 第 85 冊 理科年表机上版. 丸善出版 (2011)
- 6) 國友正和他 9 名:改訂版高等学校物理 I. 数研出版(2011)
- 7) 久保田浪之介:とことんやさしい流体力学の本. 日刊工業新聞社(2007)